

# Наука и Изкуство: История на Взаимно Вдъхновение

Павел Бойчев  
Факултет по Математика и Информатика  
Софийски Университет  
[boychev@fmi.uni-sofia.bg](mailto:boychev@fmi.uni-sofia.bg)

## Факторите „А-ха!“ и „И-ха!“

Науката и изкуството са приемани като различни области от глобалния спектър на човешки дейности. Въпреки това много учени черпят вдъхновение от изкуството и много артисти вграждат наука в своите произведения. Този доклад представя едногодишен експеримент, който започна с иначе скучното тестване на производителността на компилатор, премина през математическите предизвикателства на динамични системи с комплексни числа и завърши с картинна галерия, за която допринесоха познати и непознати от целия свят.

Преди да започнем историята за взаимното вдъхновение, да се опитаме да определим какво е това наука и изкуство. Разбира се, няма да успеем. За тези понятия има достатъчно много дефиниции, като никоя от тях не е достатъчно всеобхватна и прецизна. Вероятно общото между науката и изкуството е, че и двете отговарят на стремежа на хората към красота в най-широкия смисъл на думата. Разликата е, че красотата в изкуството се възприема на първично ниво, докато тази в науката изисква осмисляне. И ако първичната красота дефинираме като това, пред което човек възкликва „И-ха!“, то на красотата с осмисляне би съответствало „А-ха... И-ха!“

На красотата в изкуството няма да се спираме подробно, до нея се е докоснал всеки по един или друг начин още от ранно детство. Тази красота е субективна, но субективна е и красотата в науката. Нека от най-абстрактната наука, математиката, изберем тъждеството на Ойлер:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Красива ли е тази формула? В нея са обединени по уникален начин пет фундаментални константи в математиката, операции от три последователни нива (събиране, умножение, степенуване) и равенството.

Еlegantният и концентриран вид на това тъждество допринася съществено за фактора „И-ха!“, но само ако човек осъзнае тези неща, минавайки преди това през „А-ха!“-то. За нематематик тази формула си е просто набор от символи.

Това поражда въпроса защо хората учат математика? Дали защото това им помага да смятат по-добре или защото тя открива пред тях нови красиви светове?

## Езикът Лого

Обучението по математика независимо от причините, които го изискват, се е извършвало по почти един и същ начин от векове насам. Дали наистина това е най-добрият начин трудно може да се каже. Отговорът зависи от много субективни фактори. Има вероятност традиционният начин на обучение по математика да е най-утъпканият път, но дали е най-късият към върха, от който се вижда красотата на математиката?

Преди повече от 40 години е направен уникален опит да се слоят математиката и изкуството по начин, който е достъпен за деца. Създаден бе езикът за Лого, с който децата можеха да програмират костенурка да се движи и рисува. Като език Лого е лек, достъпен и позволява на децата да влагат собствените си представи за красота чрез използването на математически и алгоритмични принципи и понятия.

Уникалното в този опит е не само свързването на неща, които са били считани за чужди, а и в това, че опитът все още продължава. Езикът Лого се развива активно и днес. До момента са известни повече от 230 различни диалекта и версии на езика, които са реализирани от компании, изследователски лаборатории, индивидуални учени и дори и от ученици. Това е единственият език, който има такова многообразие.

В историята на Logo има българска следа, започваща преди повече от 20 години със създаването на собствени версии – Geomland<sup>1</sup>, TopLogo++, TGS, LGS, RLS. Традиция продължава и днес, като последните два представителя са Elica<sup>2</sup> – обектно-ориентиран диалект на Logo с възможност за интерактивна тримерна графика в реално време, и Lhogho<sup>3</sup> – единственият в света компилатор, който преобразува Logo програми директно до машинен код.

## Множеството на Манделброт

Създаването на Lhogho е продиктувано от нуждата от по-голяма производителност особено в мултимедийните приложения. В края на 2008 г. бе решено да се проведат тестове за скоростта на Lhogho. Относно математическите операции бе избрано тестването да се прави с итеративното изчисляване на:

$$z \leftarrow z^2 + c$$

където  $z$  и  $c$  са комплексни числа. Дали тази формула е красива? Нематематичите биха коментирали, че си е просто някаква формула, но се оказва точно обратното. В тази формула има скрита не само математическа красота, но и художествена, открита преди повече от три десетилетия. Тогава математикът Беноа Манделброт за първи път в света използва компютър за изобразяване на поведението на динамична система. През 1975 г. той въвежда термина *фрактал*, за да обозначи обектите с дробна размерност (Mandelbrot, 1983).

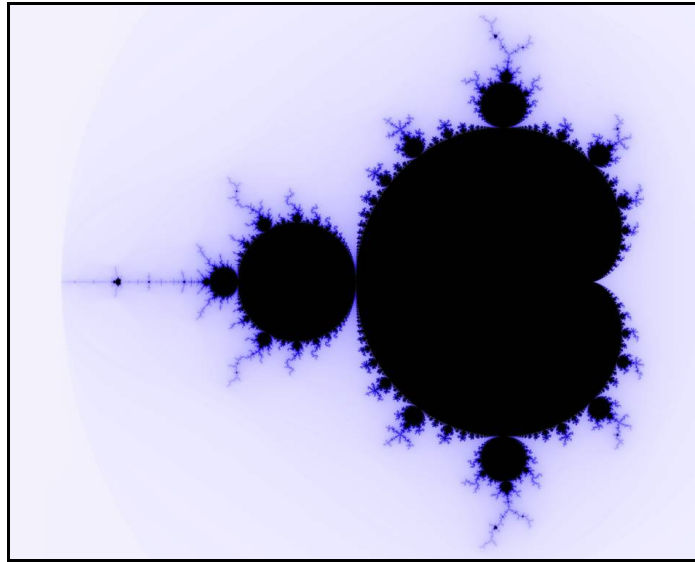
---

<sup>1</sup> Проект Геомландия, <http://sunsite.univie.ac.at/elica/PGS/INDEX.HTM>

<sup>2</sup> Проект Elica, <http://elica.net>

<sup>3</sup> Проект Lhogho, <http://lhogho.sourceforge.net>

Неговите научни изследвания водят до зараждането на фракталната геометрия – връзката между класическата математика и хаоса в атмосферната турбуленция, биологическите популации и стоковите пазари. Десетилетия преди фракталите да са били наричани фрактали, те са били изучавани от редица математици като Вайершрас, Кох, Леви, Кантор, Поанкаре и Жулиа.



Фиг. 1 Множество на Манделброт

Откритият от учения фрактал се нарича *множество на Манделброт* – Фиг. 1. То съдържа всички точки в комплексната равнина, за които итеративното прилагане на полином над начална стойност 0 води до ограничена редица. Всъщност фрактал е границата на това множество, която често се изобразява в черно. Математически, множеството на Манделброт  $M$  се дефинира като:

$$f : C \rightarrow C$$

$$f(z) = z^2 + c$$

$$M = \left\{ c \in C : \sup_{n \in N} |f^n(0)| < \infty \right\}$$

Оцветяването на останалите точки, принадлежащи на множеството, се определя от степента с която получената от тях редица достига определена граница, отвъд която няма елементи от фрактала (Mandelbrot, 2004). Именно точките в околността на  $M$  демонстрират връзката между науката и изкуството – Фиг. 2.

Техническото изчисляване на фрактала не представлява трудност – комплексните числа се представят като точки в равнината, а цветът се определя от скоростта на разходимост (Stevens, 2005):

За всяка точка  $c$ :

$$z = 0$$

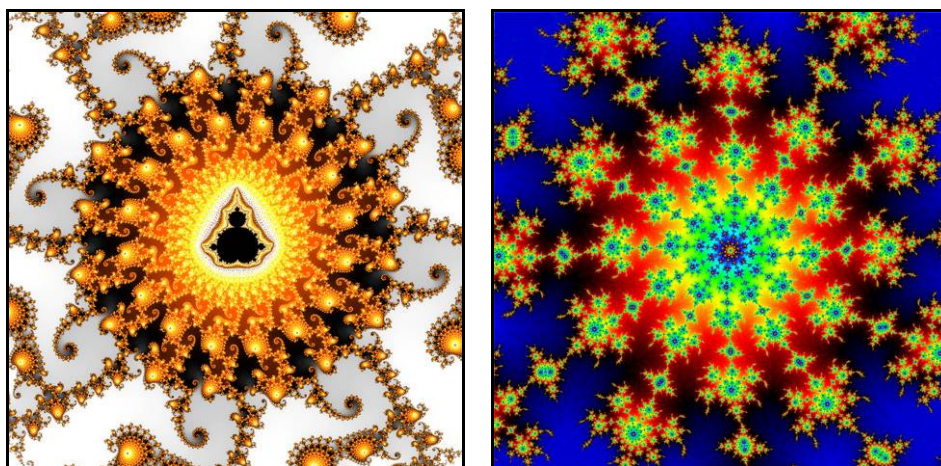
за  $n = 0$  до  $max$ :

ако  $|z| > 2$  тогава оцвети  $c$  в цвят  $n$ . край

иначе повтори със  $z = z^2 + c$

за  $n = max$ : оцвети  $c$  в цвят 0. край

Увеличените изображения на фрактала показват, че той има практически безкрайна дълбочина – Фиг. 2. В някои от плакатите е достигнато мащабиране от над трилион пъти, един от тях (средният от предпоследният ред на Фиг. 7) е специално отреден за безкрайното разнообразие на фрактала. В описанието му се казва, че ако изображението бе в реален размер, то целият фрактал би се прострял отвъд Слънцето.



Фиг. 2 Два увеличени фрагмента от околността на фрактала

С използването на библиотека за работа с по-голяма точност лесно може да се достигне до размери на фрактала, които са по-големи от познатата ни Вселена. Това не е направено, защото съществуват вече подобни програми, а и художественият потенциал на масово достъпната изчислителна точност все още не е изчерпен.

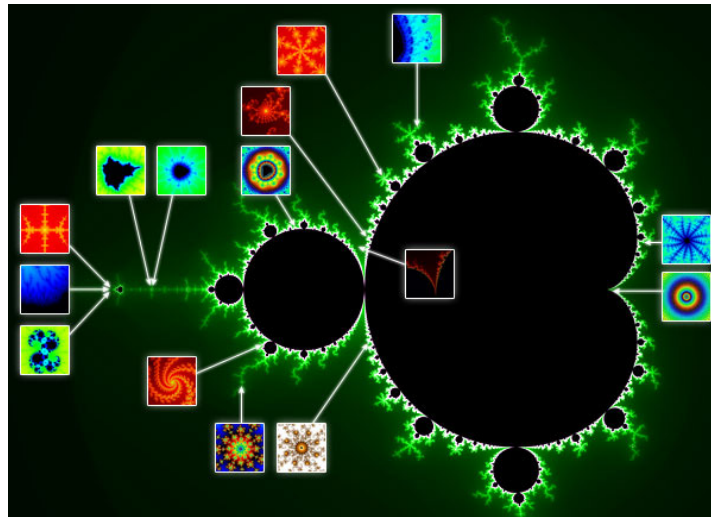
## Художествената изложба

Първите генерирани изображения с Lhogo потвърдиха очакваната скорост на бързодействие. Опити да се генерира фрактала с други версии на Лого изискваха минути, дори и часове за изчисляването на изображение от около един милион пиксела. Lhogo се справи със задачата за секунди.

Създадените изображения бяха толкова вдъхновяващи, че те неминуемо създаваха желанието да се разгледат детайлите в уголемен вид. Това бе причината да се създаде интерактивна версия на програмата, при която потребителят може многократно да влиза в дълбочина на избрани от него места.

Разглеждането на многообразието от форми и цветове даде началото на изследване на фрактала и осъзнаване на неговата сложност. Бяха генерирани изображенията на десетки

интересни места и някои от тях създадоха асоциации с предмети и явления от околния свят, като например гора през нощта, слънчеви протуберанси, сметана в чаша кафе и т.н. От тези изображения бяха избрани 15-те показани на Фиг. 3. Те бяха обработени дигитално и смесени с реални фотографии. Резултатите бяха показани на колеги и така постепенно изникна идеята да се направи галерия от фрактали.



**Фиг. 3** Карта на избраните фрагменти от фрактала

Създаването на плакатите предизвика серия от проблеми, които по принцип не се асоциират нито с математиката, нито с писането на софтуер. Такива проблеми бяха да се избере какво да се съдържа във всеки плакат, за да има интерес както от хората на науката и на изкуството, така и от обикновените хора. Други несвойствени проблеми бяха изборът на обекти и явления от реалния свят, които да се илюстрират, а също и намирането на подходящи фотографии и получаването на разрешение да се ползват от техните автори.

Всеки от плакатите е наситен с информация. Освен самият фрактал и художествената му интерпретация са показани технически данни (координати и мащаб), а също и допълнителна информация за интересни факти и събития.

Идеята за изложба се роди есента на 2008. Половин година по-късно плакатите бяха готови на ниво графични файлове. Последната стъпка беше самото отпечатване, слагането на рамки и други довършителни технически процедури. Очакваше се само подходящо събитие и такова се оказа 120 годишнината от основаването на Факултета по Математика и Информатика към СУ.

С помощта на ФМИ и на колеги от ФМИ изложбата беше открита на 24 октомври 2009 под наслов една мисъл на самия Беноа Манделброт:

*Бидейки език, математиката може да се използва не само за даване на информация, но и за изкушаване.*

Първите посетители, които коментираха изложбата, бяха хората грижещи за чистотата в сградата. След това бяха преподавателите идващи на работа и последни бяха студентите. Интересно и необяснимо явление беше, че много често посетителите разглеждаха изложбата в групи от по четирима – Фиг. 4



Фиг. 4 Посетителите на изложбата

За тези, които не могат да посетят изложбата на живо, е направен он-лайн вариант<sup>4</sup>, въпреки че представените там плакати не пресъздават със същата сила „И-ха!“-то на изложбата, където фракталите са показани с екстремална степен на детайлност.

На Фиг. 7 са показани умалени изображения на всичките 15 плаката. Освен тях изложбата съдържа и един уводен плакат, в който е обяснено накратко кой е Манделброт и как се получава фракталът, който носи неговото име. Показан е и алгоритъмът за изчертаване на множеството на Манделброт и неговата околност, а също и два от най-разпространените начини за оцветяване.

## Резултати и поуки

Една от тайните цели на изложбата бе да предизвика размишления в най-различни посоки, достигайки до пълна мултидисциплинарност. Всеки от плакатите е свързан с някаква тема от нашия живот, което предоставя начален тласък към бъдещо развитие. В плакатите се засягат обекти и явления от астрономията, биологията, палеонтологията, физиката, историята, геологията, математиката, метеорологията, географията, производството на битови стоки, бижутерството, занаятчийството и забавните семейни игри. С голяма условност може да разделим тази мултидисциплинарност на различни направления:

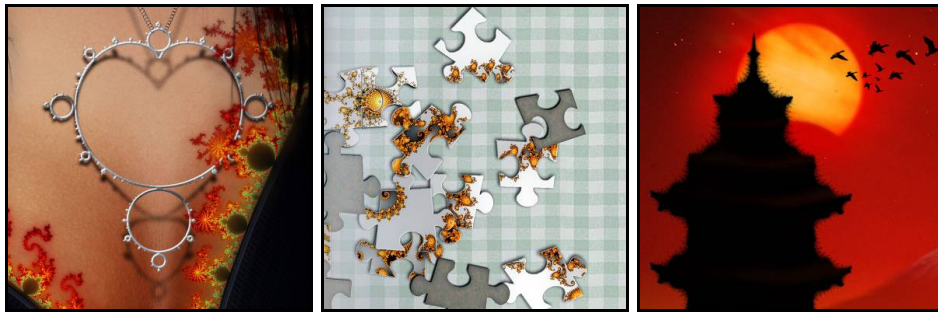
- Направление «Време». Темите в изложбата се простират от 100 милиона години в миналото до 5 милиарда години в бъдещето.
- Направление «Живот». Някои плакати са за праисторически насекоми, други са за микроорганизмите и ... извънземния живот.
- Направление «История». Коментират исторически хора и събития като Южин Шумейкър, който е погребан на Луната; китайският монах Ло Тиан, който

---

<sup>4</sup> Он-лайн изложба, <http://mandelbrot-set.elica.net>

изобретил фойерверките; Менехъм, учител на Александър Велики и откривател на хиперболата; и Аполон, който ѝ дал име.

- Направление «Ежедневие». Това направление включва интересни факти за обектите около нас. Например, чаша кафе симулира турбуленция в мащаб, който все още не можа да се обработи от най-съвременните суперкомпютри. Първоначално циповете са били използвани само за ботуши и за детски облекла, а поради проблеми левите и десните обувки се произвеждат от преди по-малко от едва два века.
- Направление «География». Фактите в плакатите се отнасят до различни географски места по земята, като Испания, където е намерен най-древният кехлибар уловил насекоми от три от едва четирите сега съществуващи разреда летящи насекоми; островите Токара в Япония, където през 2009 е наблюдавано най-дългото слънчево затъмнение за този век; или пък Хинг-Конг с невероятното си излъчване през нощта.
- Направление «Компютърна графика». Много от артистичните интерпретации на фрактала са чрез съчетаване на цифрови фотографии с компютърно генерирани изображения. Това съчетаване е сложен процес, който изисква разнообразни техники. Някои от обектите са създадени изцяло изкуствено, без да се използва снимка на реален обект. Например, на Фиг. 5 бижутото с формата на фрактала е изцяло изкуствено; всяко от 361-те части на пъзела са направени ръчно; а пагодата е сглобена от формата на фрактала.



**Фиг. 5 Изкуствено създадени обекти**

Едно от най-важните неща научени по време на създаване на изложбата през последната година е, че важен фактор за успеха на един проект е сътрудничеството на много хора и използването на ресурси от много места. Хората, които създават научни или художествени продукти са щастливи, когато техните творения се използват от другите хора или поне, ако те ги вдъхновяват да творят.

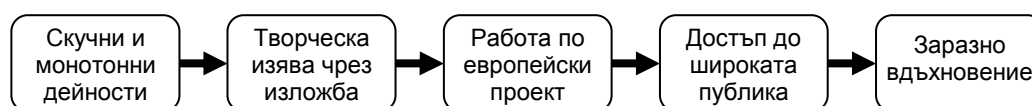
Важна поука е да не се страхуваме да експериментираме с идеи и техники, които са изцяло нови и непознати за нас. Изложбата бе направена от човек, който никога преди не беше правил изложба. Почти всичко беше нещо ново – от искането на разрешение за ползване на фотографиите, през работата с компания за голямоформатен дигитален печат до слагането на рамки и инсталирането в изложбена зала.

Би било идеално, ако създаването на тази изложба или този доклад вдъхнови създаването на различни образователни активности като:

- по-подробно изследване на фрактала и търсене на паралели между негови фрагменти обекти/явления от живота,
- откриване на допълнителна информация за малко известни факти,
- практикуване на умения за цифрова обработка на изображения,
- разработването на нови, по-бързи алгоритми за генериране на фрактала
- използването на науката за създаване на художествени произведения.

Всеки един от плакатите съдържа достатъчно данни, за да породи идеи за нови изследвания на училищно или университетско ниво. Изложбата се оказва само началния етап от един по-дълъг процес – Фиг. 6.

В един от плакатите е спомената интересна задача за генерирането на конични сечения в домашни условия с използването на светлина. Решаването на тази задача породи участието в международния проект InnoMathEd<sup>5</sup> (Innovation in Mathematics Education on European Level), за който бяха създадени интерактивни демонстрационни приложения.



Фиг. 6 Каскадни събития

Участието в проекта породи от своя страна създаването на пакет от десетки виртуални механични устройства за генерирането на различни математически криви и повърхнини. Демонстрации на тези устройства са достъпни за широката публика по целия свят<sup>6</sup>. Разработването им доведе до откриването на интересни механизми, като например такъв, който генерира по елементарен начин повърхнината на Мьобиусов лист<sup>7</sup>. Виртуалните механизми вече са вдъхновили други хора, които ще правят собствени разработки на базата на тези механизми.

## Бъдещи планове

Освен постоянната изложба във Факултета по Математика и Информатика, умалена версия на плакатите са в частна колекция в Австралия. Част от плакатите в електронен вид са поискани и изпратени до научни и образователни организации в Северна Америка. В процес на договаряне са изложби Париж и Генуа. От артистична и технологична гледни точки бъдещата работа може да бъде ориентирана към създаването на видео клип, генерирането на тримерна графика или използването на специализирани библиотеки за по-голяма дълбочина на навлизане във фрактала.

<sup>5</sup> Проект InnoMathEd, <http://www.math.uni-augsburg.de/prof/dida/innomath>

<sup>6</sup> Mathematical Devices, <http://www.youtube.com/elicatteam#g/c/6534E936D46257BF>

<sup>7</sup> Moebiosograph (Möbiusograph), <http://www.youtube.com/watch?v=3H4nnf89jf4>





## Благодарности

Създаването на плакатите изискваше общите усилия на много хора във всеки момент – от създаването на първоначалния дизайн до окачването им в залата. Различни хора са допринасяли като са предоставяли собствени фотографии, идеи за развитие, езикови консултации или пък са участвали физически в подготовката на плакатите.

Някои от художествените интерпретации използват цифрови снимки направени от други хора. Преди да бъдат използвани тези хора трябваше да бъдат намерени и попитани за разрешение да се ползват творбите им. Всички тези хора бяха изцяло непознати и бяха пръснати по целия свят – от Япония до Канада и САЩ. Първоначалните очаквания бяха, че около 10% биха дали съгласие без да претендират за специални лицензи, затова се предполагаше, че търсенето на подходящи фотографии щеше да продължи много.

За щастие притесненията бяха неоснователни. Всички автори, които отговориха бяха съгласни да предоставят своите снимки, затова още веднъж изказваме благодарност към Анет Олсън, Даисуке Томиасу, Елфи Брендъл, Джон Съливън, Джон Френч, Николас Гиър и Саймън Тонг.



Фиг. 8 Димитър Добрев и Божидар Сендов при инсталирането на изложбата

Изложбата е изцяло двуезична – текстовете са на английски и български, като за тяхното оформяне съществен принос имаха Луис Блайтън и Светла Бойчева.

Колеги от Софийски Университет и Българската Академия на Науките също оказаха съществена помощ – Магдалина Тодорова, Божидар Сендов, Димитър Добрев, Евгения Сендова, Елиза Стефанова, Евгения Ковачева и Николина Николова подкрепяха създаването на изложбата от самото ѝ начало. Специални благодарности отправяме и към Елица Бойчева за предоставените идеи и откритите грешки в художественото изпълнение.

## Литература

Mandelbrot, B. (1983) *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman & Co., USA

Mandelbrot, B. (2004) *Fractals and Chaos : the Mandelbrot set and beyond*. Springer-Verlag, New York

Stevens, R. (2005) *Creating Fractals*, Charles River Media, Inc., Rockland, Massachusetts